Aufgabenblatt 2

2.1 Chemisches Potential eines idealen Gases

Berechnen Sie das chemische Potential eines idealen Gases in Abhängigkeit von T und p. Gehen Sie dabei von der Gibbs-Duhem-Relation aus und nutzen Sie $S(T,p)$ aus der vorangegangenen Übung. Beim Aufintegrieren der Gibbs-Duhem-Relation können Sie eine bestimmte Eigenschaft von μ ausnutzen. Welche war das noch mal?

2.2 Dampfdruck einer Flüssigkeit

Bestimmen Sie den Dampfdruck einer Flüssigkeit im Gleichgewicht mit Ihrem Dampf unter der Annahme, daß die Verdampfungswärme pro Teilchen nicht von Druck und Temperatur abhängt und daß sich der Dampf wie ein ideales Gas verhält. Gehen Sie von der Gleichung von Clausius und Clapeyron in der Näherung kleiner Dampfdichten aus

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\delta q}{T\, v_g} \; . \tag{1}$$

Dabei ist $v_g = V_g/N$.
Die gleiche Herleitung können Sie auch für die Sublimationskurve verwenden, da auch hier $v_g \gg v_{\text{fest}}$.
Für die Schmelzkurve gilt $v_{\text{fl}} \approx v_{\text{fest}}$. Diskutieren Sie das Verhalten der Schmelzkurve qualitativ und zeichnen Sie ein $p-T$-Diagramm mit allen drei Kurven.

2.3 Innere Energie des van-der-Waals-Gases

Die innere Energie eines realen Gases soll berechnet werden. Dabei stellt man U als Funktion von T und V dar.

$$\mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V \; . \tag{2}$$

$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ ist die Wärmekapazität $C_V(T,V)$. $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ soll im folgenden auf einfacher zu bestimmende Zustandsgrößen zurückgeführt werden, so daß wir letztlich die Zustandsgleichung des van-der-Waals-Gases nutzen können.

a. Bestimmen Sie $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ ausgehend von einem Koeffizientenvergleich

$$\mathrm{d}S = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V \tag{3}$$

und

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}U + p\mathrm{d}V}{T} \; . \tag{4}$$

Ihr Ergebnis sollte wie folgt lauten

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\,. \tag{5}$$

b. Geben Sie dU jetzt mit Hilfe von C_V und dem hergeleiteten Ausdruck an.

c. Da dU ein vollständiges Differential ist, können Sie eine Maxwell-Relation angeben, die etwas über die Volumenableitung von C_V aussagt. Wie lautet diese?

d. Zeigen Sie als Zwischenübung, daß die Wärmekapazität C_V des idealen Gases nicht vom Volumen abhängt.

e. Zeigen Sie, daß auch für das van-der-Waals-Gas die Wärmekapazität C_V nicht vom Volumen abhängt.

f. Integrieren Sie dU für das van-der-Waals-Gas auf. Nehmen Sie zu Näherungszwecken an, daß C_V für nicht zu große Temperaturdifferenzen zwischen T_0 und T als temperaturunabhängig angesehen werden kann.