

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Theoretische Physik 2 Quantenmechanik, stat. TD	Dr. Jürgen Schnack Dr. Maxim Gorkunov
---	--	--

Aufgabenblatt 5

5.1 Kommutatorrelation für Spinoperatoren

Die Vertauschungsrelationen für Drehimpulse lautet

$$[\underline{s}_x, \underline{s}_y] = i \hbar \underline{s}_z . \quad (1)$$

In diesem Ausdruck können die Indizes zyklisch vertauscht werden, d.h. $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$. Zeigen Sie unter dieser Voraussetzung, daß

$$[\underline{s}^2, \underline{s}_z] = 0 \quad (2)$$

gilt.

5.2 Unbestimmtheitsrelation

Das Spinsystem sei im Zustand $|\phi\rangle = |s_z +\rangle$.

a. Berechnen Sie

$$\langle (\Delta \underline{s}_x)^2 \rangle = \langle \underline{s}_x^2 \rangle - \langle \underline{s}_x \rangle^2 . \quad (3)$$

b. Wie lautet die Unbestimmtheitsrelation für zwei Observable \underline{A} und \underline{B} ?

c. Überprüfen Sie, ob die Unbestimmtheitsrelation erfüllt ist, wenn $\underline{A} = \underline{s}_x$ und $\underline{B} = \underline{s}_y$ sowie $|\phi\rangle = |s_z +\rangle$.

d. Führen Sie die gleiche Überprüfung für $\underline{A} = \underline{s}_x$ und $\underline{B} = \underline{s}_y$ sowie $|\phi\rangle = |s_x +\rangle$ durch.

5.3 Spin $s = 1$

Leiten Sie für einen Spin $s = 1$ die Darstellungen der drei Spinkomponenten $\underline{s}_x, \underline{s}_y, \underline{s}_z$ in der Eigenbasis von \underline{s}_z her. Verwenden Sie dabei

a. die Eigenwertgleichungen für den Spin,

b. den Zusammenhang zwischen $\underline{s}_x, \underline{s}_y$ und $\underline{s}^+, \underline{s}^-$,

c. sowie

$$\underline{s}^\pm |s m\rangle = \hbar \sqrt{(s \mp m)(s \pm m + 1)} |s m \pm 1\rangle . \quad (4)$$