

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Mathematische Methoden 1 WS 2003/2004	PD Dr. Jürgen Schnack Dr. Roberts Eglitis
---	--	--

Aufgabenblatt 5

5.1 Partielle Ableitungen (30)

Das skalare Feld

$$\phi(\vec{r}) = \frac{e^{-\alpha r}}{r} \quad (1)$$

beschreibt zum Beispiel das abgeschirmte elektrische Potential einer Ladung in einem Plasma.

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\partial_i \phi$ für $r \neq 0$.
- Berechnen Sie ebenfalls das skalare Feld

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (2)$$

für $r \neq 0$.

5.2 Richtungsableitung (40)

Die partiellen Ableitungen $\partial_i \phi$ leiten ein Feld ϕ entlang einer Koordinatenachse, in diesem Fall x_i , ab.

Überlegen Sie sich, wie man das Feld ϕ entlang einer beliebig vorgegebenen Richtung, die durch den Vektor \vec{e} gegeben sei, ableiten kann.

5.3 Lagrange-Funktion des harmonischen Oszillators (30)

Die Lagrangefunktion eines harmonischen Oszillators mit der Kreisfrequenz ω lautet

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 \quad (3)$$

und ist damit eine Funktion der Auslenkung q und der zugehörigen Geschwindigkeit \dot{q} .

- Berechnen Sie die totale Zeitableitung von L .
- Die totale Zeitableitung ist eine Funktion von q , \dot{q} und \ddot{q} . Allerdings können Sie die Beschleunigung \ddot{q} ersetzen, da Sie die Bewegungsgleichung im harmonischen Oszillator kennen. Wie lautet diese?
- Nach der Ersetzung können Sie die rechte Seite als totale Zeitableitung eines Terms schreiben. Dann bringen Sie alles auf eine Seite, so daß Sie eine neue Größe definieren können, deren totale Zeitableitung Null ist. Leiten Sie diese Gleichung her.
- Interpretieren Sie die erhaltene Größe.