

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Mathematische Methoden 1 WS 2003/2004	PD Dr. Jürgen Schnack Dr. Roberts Eglitis
---	--	--

## Aufgabenblatt 2

### 2.1 Ort und Geschwindigkeit in Kugelkoordinaten

Wir betrachten den Ortsvektor  $\vec{r}$ , die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  und die kinetische Energie in Kugelkoordinaten.

- Wie lautet der Ortsvektor  $\vec{r}$  bezüglich des lokalen Dreibeins  $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$ ?
- Wie lautet die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  bezüglich des lokalen Dreibeins  $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$ ?  
Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von  $\vec{r}$  nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig.
- Wie lautet die kinetische Energie  $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$  folglich in Kugelkoordinaten?

### 2.2 Ort und Geschwindigkeit in Zylinderkoordinaten

Wir betrachten den Ortsvektor  $\vec{r}$ , die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  und die kinetische Energie in Zylinderkoordinaten.

- Wie lautet der Ortsvektor  $\vec{r}$  bezüglich des lokalen Dreibeins  $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$ ?
- Wie lautet die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  bezüglich des lokalen Dreibeins  $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$ ?  
Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von  $\vec{r}$  nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig.
- Wie lautet die kinetische Energie  $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$  folglich in Zylinderkoordinaten?

### 2.3 Kinematik in krummlinigen Koordinaten

Ausgehend von kartesischen Koordinaten  $x, y, z$  seien die Koordinaten  $\chi, \psi, \phi$  wie folgt eingeführt ( $l > 0$ ):

$$\begin{aligned} x &= l \sin \psi \cosh \chi \cos \phi \\ y &= l \sin \psi \cosh \chi \sin \phi \\ z &= l \cos \psi \sinh \chi . \end{aligned} \tag{1}$$

- Was für Koordinatenflächen ergeben sich für  $\psi = \text{const}$ ,  $\chi = \text{const}$  und  $\phi = \text{const}$ ?
- Was für Koordinatenlinien ergeben sich für  $\psi, \chi = \text{const}$ ;  $\psi, \phi = \text{const}$ ;  $\phi, \chi = \text{const}$ ?
- Man berechne die Basisvektoren  $\vec{e}_\chi$ ,  $\vec{e}_\psi$ ,  $\vec{e}_\phi$  und prüfe auf Orthogonalität.
- Man berechne die Geschwindigkeitskoordinaten  $v_\chi$ ,  $v_\psi$  und  $v_\phi$ .
- Man gebe die Umkehrtransformation zu (1) an.