

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Mathematische Methoden 1 WS 2003/2004	PD Dr. Jürgen Schnack 1. Klausur, 15. 3. 2004
---	--	--

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Klausur

1 Koordinatensysteme (50 P.)

- a. Geben Sie die kartesischen Koordinaten x, y, z als Funktion der Zylinderkoordinaten ρ, ϕ, z an (5 P.).
- b. Wie sind die lokalen Einheitsvektoren $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$ definiert? Berechnen Sie diese (15 P.)!
- c. Wie lautet der Ortsvektor \vec{r} bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$ (5 P.)?
- d. Wie lautet die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z\}$? Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von \vec{r} nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig (15 P.).
- e. Wie lautet die kinetische Energie $T = \frac{1}{2} m\vec{v}^2$ folglich in Zylinderkoordinaten (10 P.)?

2 Gradient, Divergenz, Rotation (40 P.)

- a. Geben Sie die Definitionen für den Gradienten eines skalaren Feldes ϕ , die Divergenz eines Vektorfeldes \vec{A} sowie die Rotation eines Vektorfeldes \vec{A} in kartesischen Koordinaten an (10 P.).
- b. Berechnen Sie den Gradienten von (5 P.)

$$\phi(\vec{r}) = \frac{e^{-\alpha r}}{r}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (1)$$

- c. Berechnen Sie den Gradienten von (5 P.)

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}, \quad \vec{r}_0 = \text{const.} \quad (2)$$

- d. Berechnen Sie die Divergenz von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \alpha \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (3)$$

- e. Berechnen Sie die Divergenz von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}, \quad \vec{B} = \text{const.} \quad (4)$$

f. Berechnen Sie die Rotation von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}, \quad \vec{B} = \text{const.} \quad (5)$$

g. Berechnen Sie die Rotation von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \rho(r) \frac{\vec{r}}{r} \quad (6)$$

Kann man \vec{A} als Gradientenfeld darstellen? Wenn ja, wie lautet das zugehörige skalare Feld?

3 Gaußscher Satz (30 P.)

a. Geben Sie den Gaußschen Satz für Vektorfelder und skalare Felder an (10 P.).

b. Im Wasser sei der Druck durch $p = \rho g t$ gegeben. Dabei ist ρ die als konstant anzunehmende Dichte des Wassers, g die Fallbeschleunigung und t die Eintauchtiefe ins Wasser. Berechnen Sie die auf einen beliebig geformten Körper wirkende Auftriebskraft. Gehen Sie dabei von der auf ein nach außen gerichtetes Flächenelement $d\vec{A}$ des Körpers wirkenden Kraft $-p d\vec{A}$ aus, die durch den Druck des Wassers verursacht wird (20 P.).