

Universität Osnabrück Fachbereich Physik	Mathematische Methoden 1 WS 2003/2004	PD Dr. Jürgen Schnack Freischuß, 26. 1. 2004
---	--	---

Name, Vorname:
Matrikelnummer:

Klausur – Freischuß

1 Koordinatensysteme (50 P.)

- a. Geben Sie die kartesischen Koordinaten x, y, z als Funktion der Kugelkoordinaten r, ϑ, ϕ an (5 P.).
- b. Wie sind die lokalen Einheitsvektoren $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$ definiert? Berechnen Sie diese (15 P.)!
- c. Wie lautet der Ortsvektor \vec{r} bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$ (5 P.)?
- d. Wie lautet die Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ bezüglich des lokalen Dreibeins $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\phi\}$? Leiten Sie das Ergebnis entweder durch Ableitung von \vec{r} nach der Zeit her oder begründen Sie Ihr Ergebnis anderweitig (15 P.).
- e. Wie lautet die kinetische Energie $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$ folglich in Kugelkoordinaten (10 P.)?

2 Gradient, Divergenz, Rotation (40 P.)

- a. Geben Sie die Definitionen für den Gradienten eines skalaren Feldes ϕ , die Divergenz eines Vektorfeldes \vec{A} sowie die Rotation eines Vektorfeldes \vec{A} in kartesischen Koordinaten an (10 P.).
- b. Berechnen Sie den Gradienten von (5 P.)

$$\phi(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (1)$$

- c. Berechnen Sie den Gradienten von (5 P.)

$$\phi(\vec{r}, t) = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r} + i\omega t}, \quad \vec{k} = \text{const.} \quad (2)$$

- d. Berechnen Sie die Divergenz von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \alpha \vec{r}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (3)$$

- e. Berechnen Sie die Divergenz von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\alpha \vec{r}}{r}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (4)$$

f. Berechnen Sie die Rotation von (5 P.)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\alpha \vec{r}}{r^3}, \quad \alpha = \text{const.} \quad (5)$$

g. Schreiben Sie den folgenden Ausdruck so um, daß nur noch der Nabla-Operator aber kein Kreuzprodukt mehr vorkommt (5 P.)

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \times (\vec{A}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r})) . \quad (6)$$

3 Gaußscher Satz (30 P.)

a. Geben Sie den Gaußschen Satz für Vektorfelder und skalare Felder an (10 P.).

b. Im Wasser sei der Druck durch $p = \rho g h$ gegeben. Dabei ist ρ die als konstant anzunehmende Dichte des Wassers, g die Fallbeschleunigung und h die Eintauchtiefe ins Wasser. Berechnen Sie die auf einen beliebig geformten Körper wirkende Auftriebskraft. Gehen Sie dabei von der auf ein nach außen gerichtetes Flächenelement $d\vec{f}$ des Körpers wirkenden Kraft $-p d\vec{f}$ aus, die durch den Druck des Wassers verursacht wird (20 P.).

Es können 120 Punkte erreicht werden.

Bewertung nach ECTS

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow F$
- $51 \leq P \leq 60 \Rightarrow E$
- $61 \leq P \leq 70 \Rightarrow D$
- $71 \leq P \leq 80 \Rightarrow C$
- $81 \leq P \leq 90 \Rightarrow B$
- $91 \leq P \leq \infty \Rightarrow A$

Noten

- $0 \leq P \leq 50 \Rightarrow 5.0$
- $51 \leq P \leq 55 \Rightarrow 4.0$
- $56 \leq P \leq 60 \Rightarrow 3.7$
- $61 \leq P \leq 70 \Rightarrow 3.3$
- $71 \leq P \leq 73 \Rightarrow 3.0$
- $74 \leq P \leq 76 \Rightarrow 2.7$
- $77 \leq P \leq 80 \Rightarrow 2.3$
- $81 \leq P \leq 85 \Rightarrow 2.0$
- $86 \leq P \leq 90 \Rightarrow 1.7$
- $91 \leq P \leq 95 \Rightarrow 1.3$
- $96 \leq P \leq \infty \Rightarrow 1.0$