Kurzreichweitige Korrelationen in der Fermionischen Molekulardynamik

J. Schnack, TH Darmstadt

Die Fermionischen Molekulardynamik soll:

- Grundzustände wiedergeben,
- Reaktionen von Atomkernen ($E_{Lab} \lesssim 150\ A$ MeV) wie Fusion, unvollständige Fusion, Fragmentation und sequentiellen Zerfall beschreiben.

Die Grundlage bildet eine realistische Wechselwirkung zusammen mit dem Ansatz eines korrelierten Versuchszustand.

Inhalt:

1. Definition des korrelierten Versuchszustandes
2. Wirkungsweise des unitären Korrelators
3. Zusammenhang zw. Wechselwirkung und Korrelator
4. Grundzustände
5. Dynamik
6. Kalorische Kurve angeregter Kerne
7. Zusammenfassung

Der FMD–Versuchszustand

Der korrelierte Vielteilchenzustand ($Q \equiv \{q_\mu\}$):

$$|\,Q\,\rangle \quad \Rightarrow \quad \underset{\sim}{C}\,|\,Q\,\rangle = \frac{1}{\langle\,\widehat{Q}\,|\,\widehat{Q}\,\rangle^{\frac{1}{2}}}\,\underset{\sim}{C}\,|\,\widehat{Q}\,\rangle$$

$$|\,\widehat{Q}\,\rangle \quad = \quad \frac{1}{A!}\sum_\pi \mathrm{sgn}(\pi)\;\;|\,q_{\pi(1)}\,\rangle \otimes \cdots \otimes \;|\,q_{\pi(A)}\,\rangle$$

Einteilchenzustände ($q \equiv \{\vec{r},\vec{p},a,\chi,\phi,\xi\}$):

$$\langle\,\vec{x}\,|\,q\,\rangle \quad = \quad \exp\left\{-\,\frac{(\,\vec{x}-\vec{b}\,)^2}{2\,a}\right\} \otimes\,|\,\chi,\phi\,\rangle \otimes\,|\,\xi\,\rangle$$

Ort: $\vec{r}$, Impuls: $\vec{p}$, Breite: a : $\quad \vec{b} = \vec{r} + ia\vec{p}$,
Spin: (χ,ϕ) , Isospin: $\xi \equiv m_t$

Grundzustände und Dynamik:

$$0 \quad = \quad \frac{\partial}{\partial q_\mu}\,\langle\,Q\,|\;\underset{\sim}{C}^\dagger\,\underset{\sim}{H}\;\underset{\sim}{C}\;|\,Q\,\rangle\;, \quad \forall q_\mu$$

$$0 \quad = \quad \delta\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t\;\langle\,Q(t)\,|\;\underset{\sim}{C}^\dagger\left(i\frac{d}{dt}-\underset{\sim}{H}\right)\underset{\sim}{C}\;|\,Q(t)\,\rangle$$

Der Korrelationsoperator

Der unitäre Korrelationsoperator wird mit Hilfe eines hermiteschen Generators dargestellt.

$$\underset{\sim}{C} = \exp\{-i\underset{\sim}{S}\} \ , \quad \underset{\sim}{S}^\dagger = \underset{\sim}{S}$$

Der Operator $\underset{\sim}{S}$ ist ein Zweiteilchenoperator, dessen Wirkungsweise durch die klassische Funktion $O(\vec{x}_1, \vec{x}_2; \vec{k}_1, \vec{k}_2)$ gegeben ist. Die Weyl-Darstellung stellt sicher, daß $\underset{\sim}{S}$ hermitesch ist.

$$\underset{\sim}{S} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int \mathrm{d}^3x_1 \, \mathrm{d}^3x_2 \, \mathrm{d}^3k_1 \, \mathrm{d}^3k_2 \int \mathrm{d}^3u_1 \, \mathrm{d}^3u_2 \, \mathrm{e}^{i\vec{k}_1\cdot\vec{u}_1} \mathrm{e}^{i\vec{k}_2\cdot\vec{u}_2}$$

$$\times O(\vec{x}_1, \vec{x}_2; \vec{k}_1, \vec{k}_2) \, \underset{\sim}{\Psi}^\dagger(\vec{x}_1 + \frac{\vec{u}_1}{2}) \underset{\sim}{\Psi}^\dagger(\vec{x}_2 + \frac{\vec{u}_2}{2}) \underset{\sim}{\Psi}(\vec{x}_2 - \frac{\vec{u}_2}{2}) \underset{\sim}{\Psi}(\vec{x}_1 - \frac{\vec{u}_1}{2})$$

Translations-, Rotations- und Galilei-Invarianz:

$$O(\vec{x}_1, \vec{x}_2; \vec{k}_1, \vec{k}_2) = O(\vec{x}_{12}; \vec{k}_{12}) = s(x_{12}) \, \frac{\vec{x}_{12}}{x_{12}} \cdot \vec{k}_{12}$$

Ortsdarstellung einer korrelierten Zweiteilchenwellenfunktion:

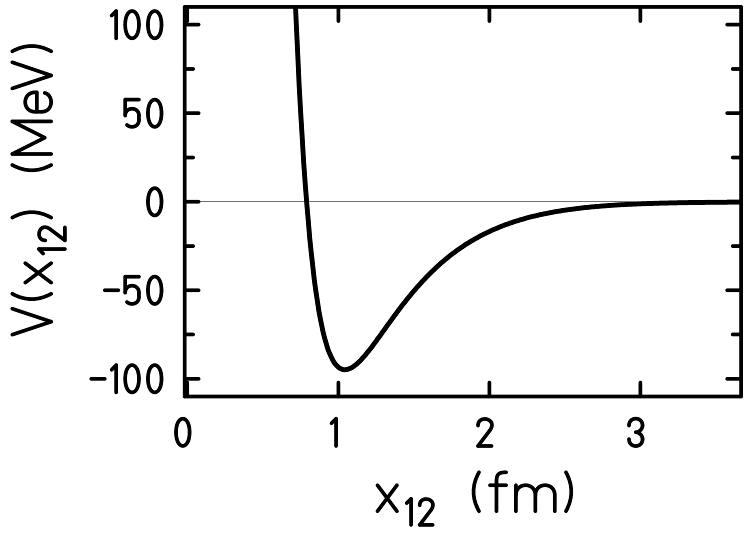
$$\langle \, \vec{x}_1 \, \vec{x}_2 \, | \, \underset{\sim}{C} \, | \, \Phi \, \rangle$$

$$= \exp\left\{ -\frac{1}{2} \, \frac{\partial \, s(x_{12})}{\partial \, x_{12}} - \frac{s(x_{12})}{x_{12}} - s(x_{12}) \, \frac{\partial}{\partial \, x_{12}} \right\} \langle \, \vec{x}_1 \, \vec{x}_2 \, | \, \Phi \, \rangle$$

$s(x_{12})$ heißt Verschiebungsfunktion. Die Wirkung von $\underset{\sim}{C}$ kann durch eine Koordinatentransformation beschrieben werden.

Der Zusammenhang zwischen Korrelator und Potential

Lokale Zweiteilchenwechselwirkung:



Ansatz für die Korrelation (Transformation):

$$R_+(r) = r + \alpha \left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{1}{3}} \exp\left\{-\frac{r}{\beta}\right\}$$

Variation der Energie des ^{4}He–Kerns:

$$\mathcal{H}(\alpha,\beta,a) = \langle\, Q \,|\, \underset{\sim}{C}^\dagger(\alpha,\beta)\, \underset{\sim}{H}\, \underset{\sim}{C}(\alpha,\beta)\, |\, Q\,\rangle$$

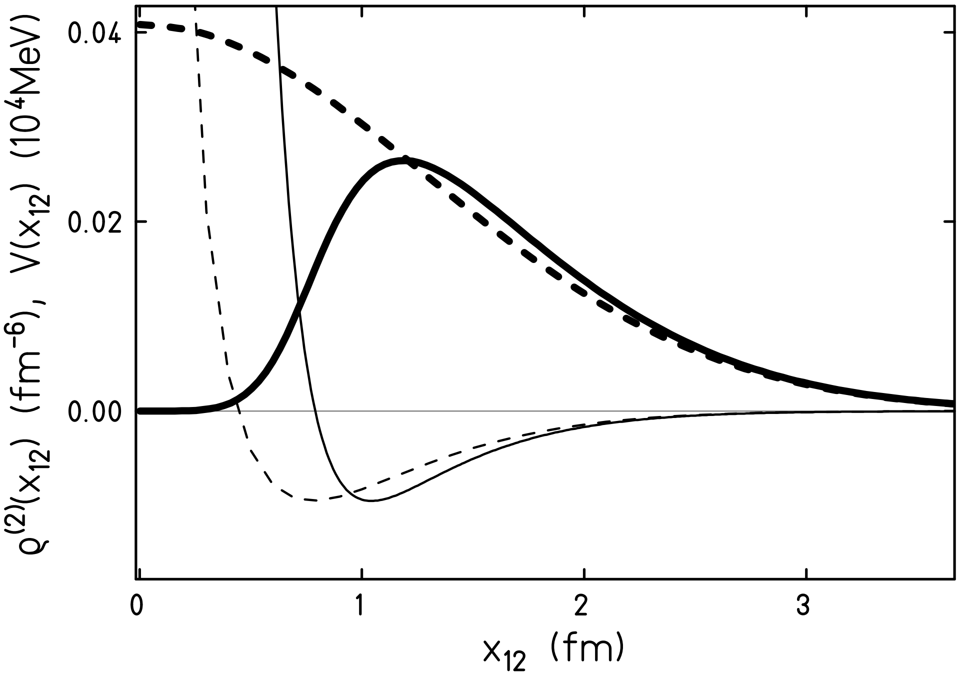
$$= \sum_k^A \langle q_k|\, \underset{\sim}{T}\, |q_k\rangle \mathcal{O}_{kk} + \frac{1}{2} \sum_{k\neq l} \langle q_k\, q_l|\, \left(\underset{\sim}{C}^\dagger \underset{\sim}{T}\, \underset{\sim}{C} - \underset{\sim}{T}\right)\, |q_k\, q_l\rangle \mathcal{O}_{kk}\mathcal{O}_{ll}$$

$$+\frac{1}{2} \sum_{k\neq l} \langle q_k\, q_l|\, \underset{\sim}{C}^\dagger \underset{\sim}{V}\, \underset{\sim}{C}\, |q_k\, q_l\rangle \mathcal{O}_{kk}\mathcal{O}_{ll}$$

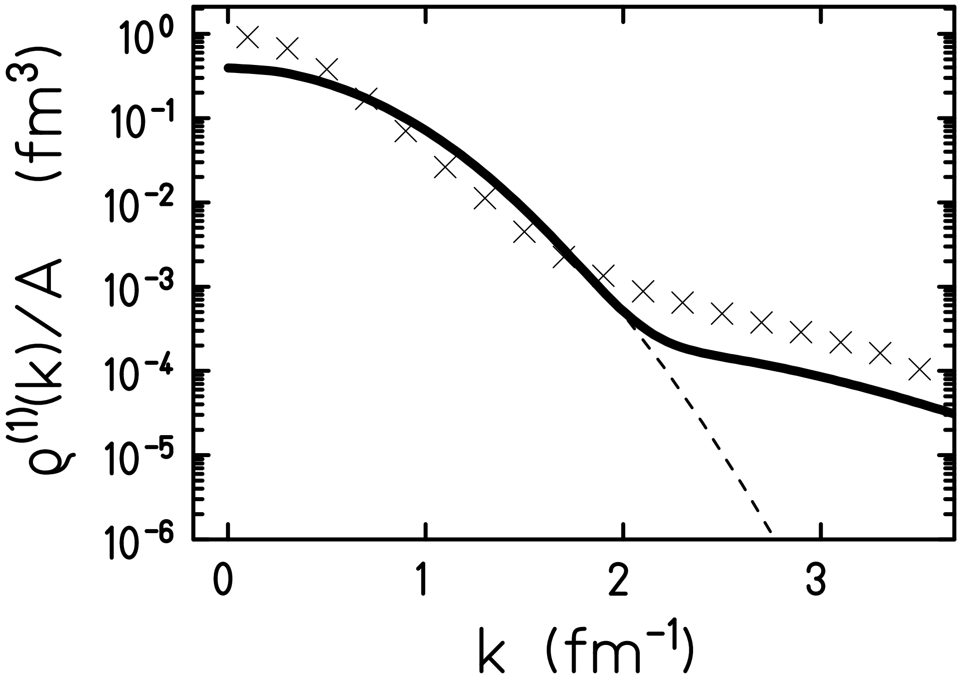
$$\mathcal{H}(\alpha = 0.76\text{fm}, \beta = 0.73\text{fm}, a = 1.69\text{fm}^2) = -28.5\ \text{MeV}$$

Dichten von ^{4}He

Zweiteilchendichte im Ortsraum:

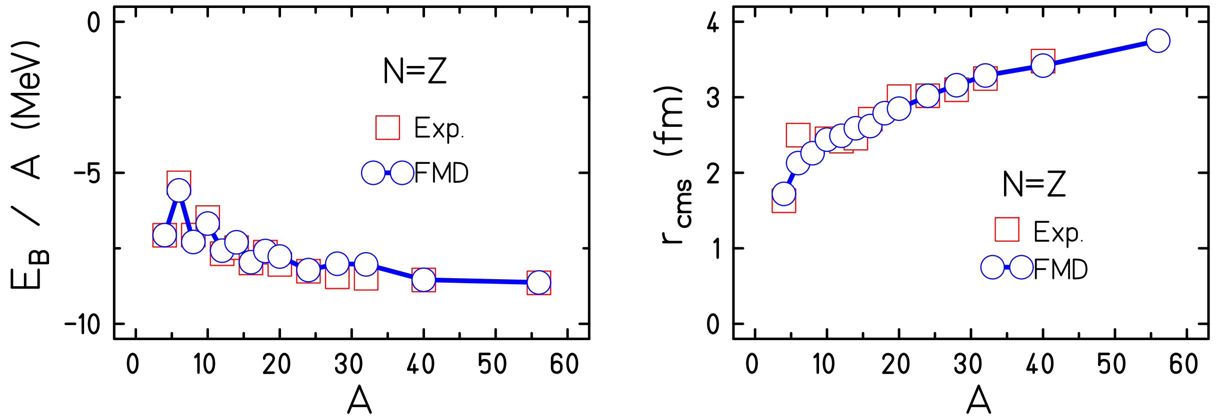


Einteilchendichte im Impulsraum:

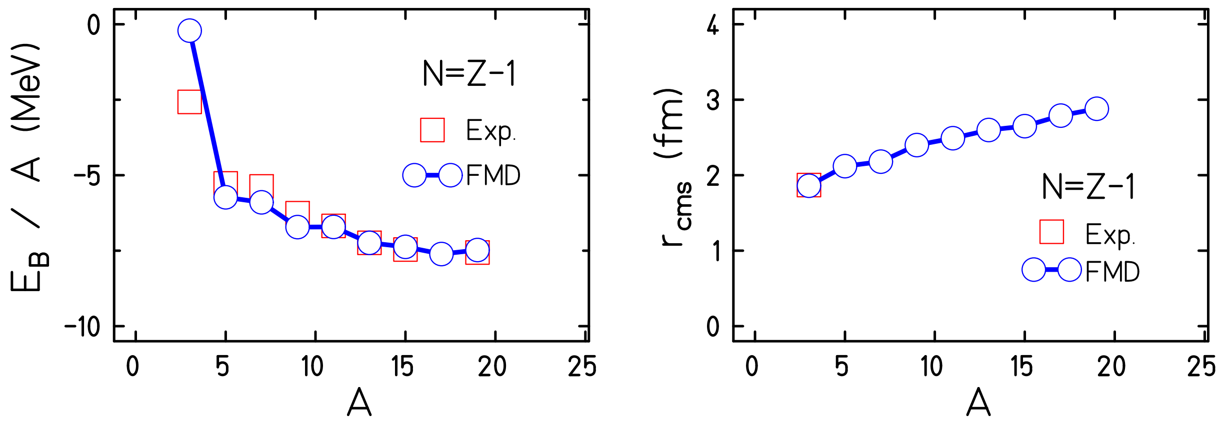


Grundzustände

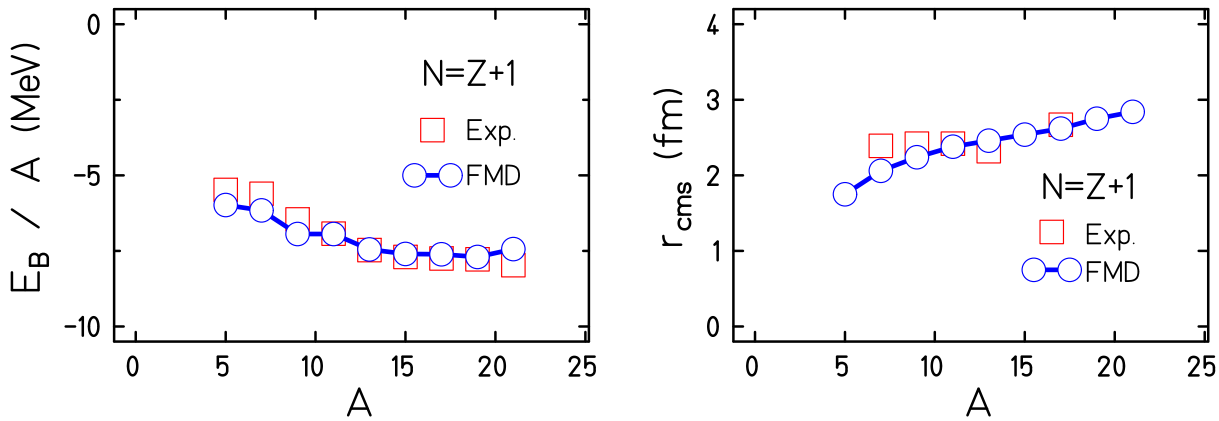
$N = Z$:



$N = Z - 1$:

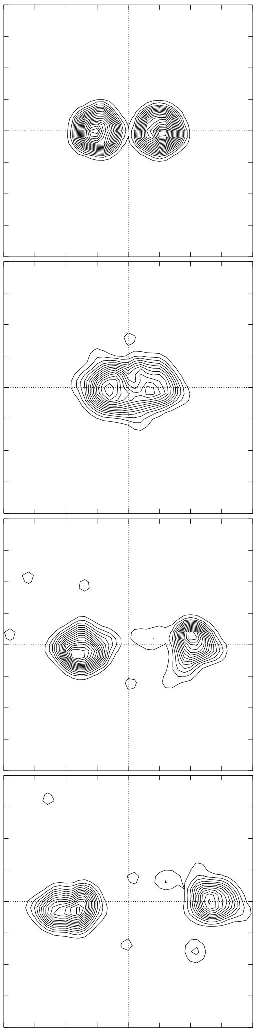


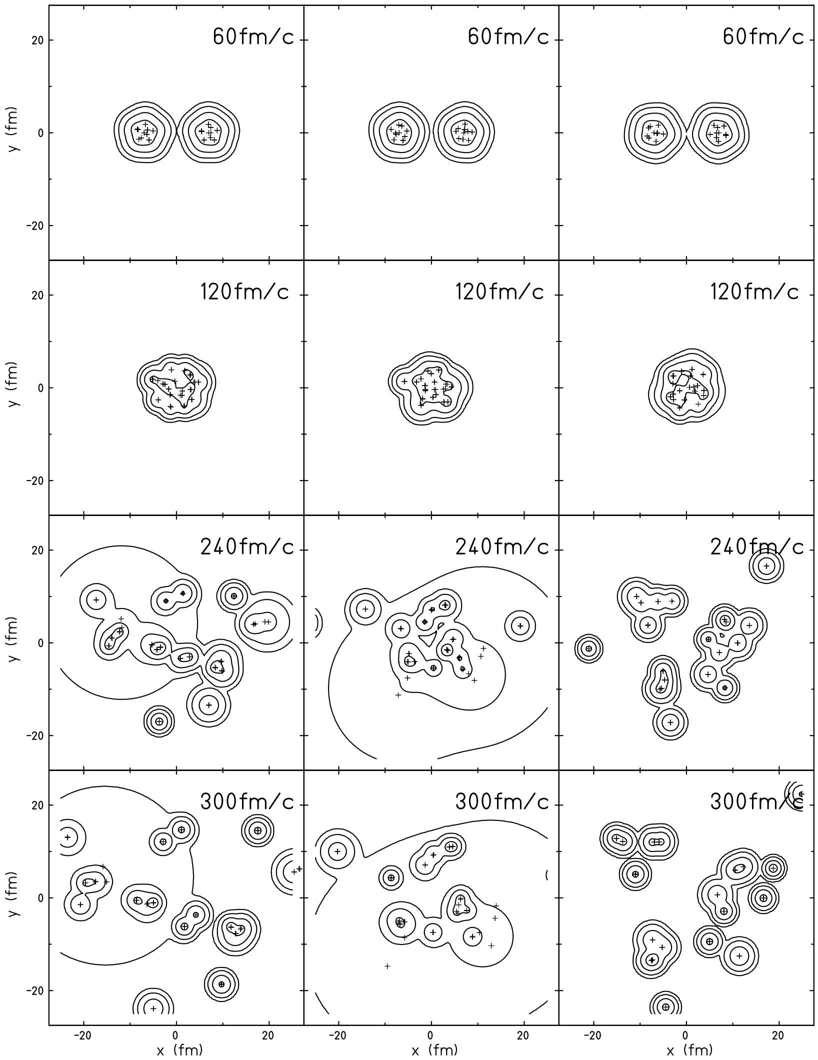
$N = Z + 1$:



Fragmentationsreaktion

^{40}**Ca**–^{40}**Ca,** $E = 35\ A$ **MeV,** $b = 0$ **fm:**



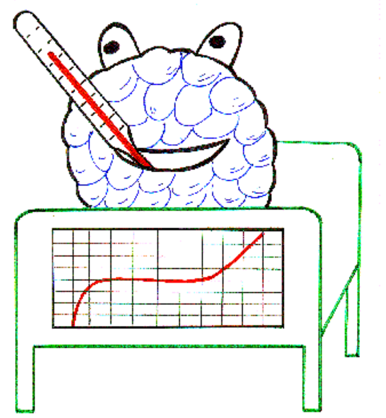


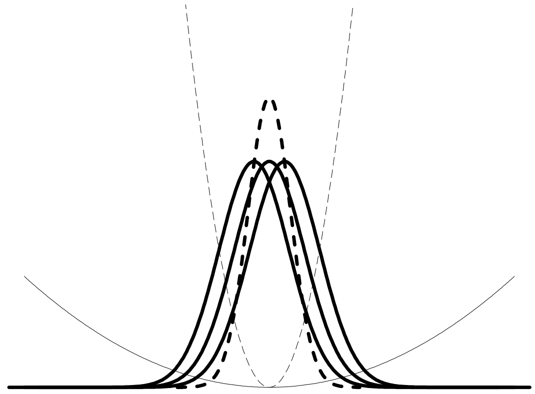
AMD

FMD

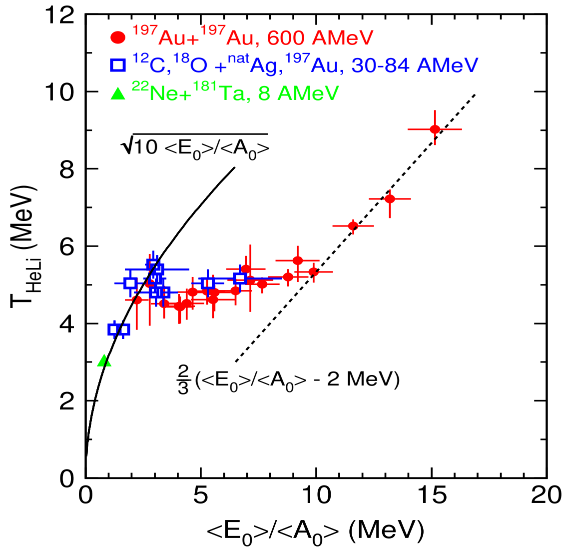
- Abstoppen, Verdichten
- Fragmentation, Evaporation
- Thermalisierung
- große Fluktuationen

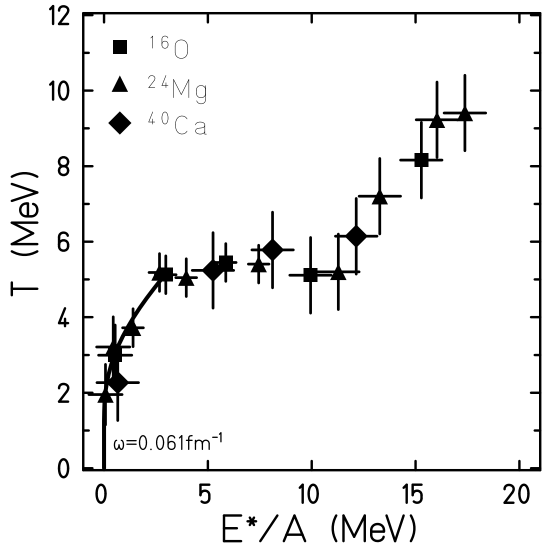
Die Kalorische Kurve



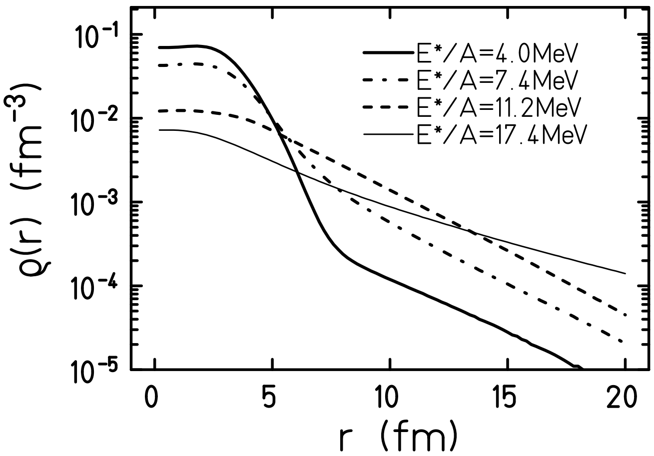


Die kalorische Kurve für angeregte ^{16}O-, ^{24}Mg- und ^{40}Ca-Kerne:





Radiale Dichteverteilung (^{24}Mg):



Zusammenfassung

Fermionische Molekulardynamik:

- Modell zur Beschreibung von Schwerionenreaktionen,
- Ansatz eines korrelierten antisymmetrischen Vielteilchenzustandes,
- unitärer zustandsunabhängiger Korrelationsoperator,
- Grundzustände (Ritz): Bindungsenergien und Radien korrekt, Sättigungseigenschaft, korrelierte Dichten,
- Dynamik (zeitabhängiges Variationsprinzip): Fusion, unvollständige Fusion, dissipative Reaktionen, Fragmentation; große Fluktuationen, harte Stöße,
- Definition thermodynamischer Größen durch zeitgemittelte Erwartungswerte.

Ausblick:

- Untersuchung verschiedener realistischer Potentiale und des Einflusses der harten Abstoßung auf die Dynamik,
- detaillierte Untersuchung der Reaktion ^{40}Ca–^{40}Ca, reichhaltige experimentelle Daten und Berechnungen in verschiedenen Modellen.